الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
امتحان البكالوريا التجريبي — ولاية المنيعة
الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2022

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

**الموضوع الأوّل :**

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.

1) الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ln(x^2+2x+3)$ ، من أجل كل عدد حقيقي $x$:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ ب) $f(2-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=f(x)$

2) $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}\left(1+lnx\right)dx$.

نضع: $S=u_0+u_1+...+u_{36}$ ، قيمة $S$ هي:

أ) $S=2022$ ب) $S=1443$ ج) $S=1444$

3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'-(ln2)y-ln8=0$ الذي يحقق $y(0)=1$ هو:

أ) $y=2^{x-1}+3$ ب) $y=2^{x+2}-3$ ج) $y=4e^x+1$

4) الجدول المقابل يعرف قانون الاحتمال لتجربة عشوائية:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0.2 | 0.4 | 0.1 | 0.3 |

* تباين قانون الاحتمال هو:

أ) 1.12 ب) 2.5 ج) 1.25

* اذا كانت $A$ و $B$ حادثتين مستقلتين حيث $P(A)=0.3$ ، $P(B)=0.4$ فإن $P(A\cap B)$ هو:

أ) 0.12 ب) 0.7 ج) 0.75

5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{C_n^{1000}}{n^{1000}}$ هي:

أ) 0 ب) $\frac{1}{1000!}$ ج) $+\infty$

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n^2$ .

ولتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=ln\left(\frac{2}{3}u_n\right)$.

1) ا) برهن بالتراجع ،أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$: $0 < u_n < \frac{3}{2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية $u_n$، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) ا) أثبت ان $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها ،وحدها الأول $v_0$.

ب) أكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$، ثم استنتج أن : $u_n = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{2^n}$

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

3) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $S'_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$ و $S''_n = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_n^2$

ا) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$.

ب) أثبت أن $S'_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}.e^{S_n}$ ثم عبر عن $S'_n$ بدلالة $n$.

ج) احسب $S''_n$ بدلالة $n$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

فوج رياضي يتكون من 8 ذكور و 4 إناثا ،يراد تمثيله بلجنة من 3 أعضاء .

1) ا) بكم طريقة يمكن إختيارهم.

ب) ما احتمال أن لا تشمل اللجنة إناثا.

ج) ما احتمال أن تشمل الجنسين معا.

2) نفرض اللجنة المشكلة من رئيس ونائب له ،ومنسق.

ا) بكم طريقة يمكن اختيارهم.

ب) ما احتمال أن تشمل اللجنة رجلا على الأقل.

3) تشكل اللجنة الأن كما في السؤال ( 1–أ ) ولكن يشترط الشخص $X$ أن لاتشمل اللجنة الشخص $Y$ ،
( $X$ ، $Y$ رياضيان من الفوج ) .

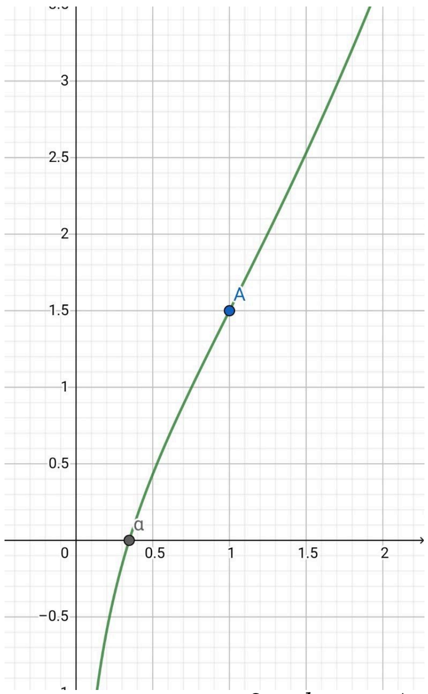
ا) ما هو عدد الطرق الممكنة.

ب) علما أن $X$ و $Y$ ذكران ،أحسب احتمال أن تشمل اللجنة الجنسين معا.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، التمثيل البياني $(C_g)$ للدالة $g$ يقبل $A$ نقطة انعطاف له.

**ا)**




1) الدالة $g$ المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = a(lnx+1)-bx^2$ ، حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.

– عين قيمة $a$ و $b$.

2) من أجل $a = 1$ و $b = -\dfrac{1}{2}$:

ا) تحقق ممايلي:

- $g$ متزايدة تماما على $]0, +\infty[$.
- $\alpha$ محصور بين $0.3$ و $0.4$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.

**II)** لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2 + lnx}{x} - \dfrac{1}{2}x - 1$.

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ .

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب : $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين أن المستقيم $(\Delta) : y = -\dfrac{1}{2}x - 1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $+\infty$ ، ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ $(C_f)$.

ب) بين أن $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياها.

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\beta$ على المجال $]1.3; 1.4[$.

5) بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازي لـ $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له.

6) أثبت أن: $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha} - \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

7) أنشئ $(\Delta)$ و $(T)$ ثم $(C_f)$ ، ( بأخذ: $f(\alpha) = 1.52$ ).

8) ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة: $\dfrac{2 + lnx}{x} - \int_m^{-1} e^0 dt = 0$

9) عين دالة أصلية للدالة $x \to \dfrac{2 + lnx}{x}$ ، ثم استنتج مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمحصور بين المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 2$ و $x = 3$ .

10) الدالة $h$ معرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $h(x) = -|f(x)|$، أرسم $(C_h)$ مع شرح كيفية استنتاجه إنطلاقا من $(C_f)$.

## الموضوع الثّاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{e^{2x}-e^{x}+1}{e^{x}-1}$ وليكن $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من الإقتراحات الثلاثة مع التبرير.

1) من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ : $f(x)=e^{x}+a+\dfrac{be^{x}}{e^{x}-1}$ قيمة $a$ و $b$ هي :

أ) $a=1,b=1$ ب) $a=-1,b=0$ ج) $a=-1,b=1$

2) الدالة الأصلية للدالة $f$ على $]0;+\infty[$ هي الدالة $F$ والتي تحقق $F(ln2)=2$ هي :

أ) $F(x)=e^{x}-ln\left(\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}}\right)$ ب) $F(x)=e^{x}+ln\left(\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}}\right)$ ج) $F(x)=e^{x}-ln\left(\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}\right)+ln2$

3) مساحة الحيز $A$ المستوي والمحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمنحنى $(\delta)$ للدالة $x\to e^{x}-1$ والمستقيمين الذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$ هي:

أ) $ln(2e)$ ب) $ln(e-1)$ ج) $ln(e+1)$

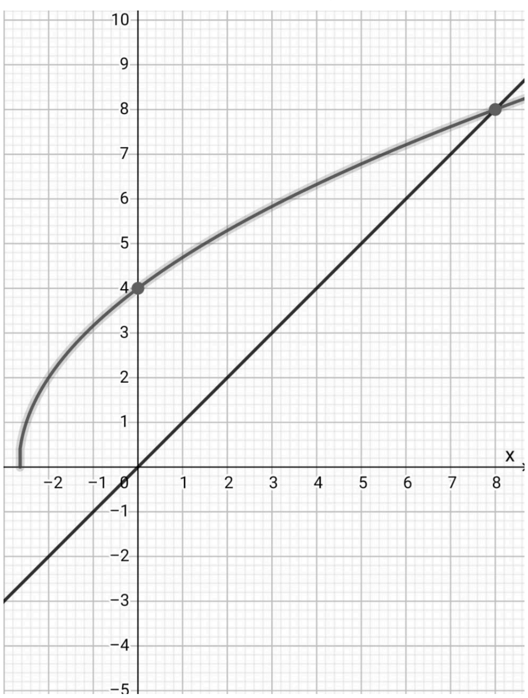
4) باستعمال المكاملة بالتجزئة لـ $I=\int_1^2\dfrac{xe^{x}}{(e^{x}-1)^2}dx$ نجد $I$ يساوي :

أ) $I=\dfrac{e^3-e+1}{e+1}-\int_1^2 f(x)dx$ ب) $I=\dfrac{e+1}{e-1}+\int_1^2 f(x)dx$ ج) $I=\dfrac{-e^3+e+1}{e+1}+\int_1^2 f(x)dx$

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث: $lnv_2-lnv_3=ln2$ و $ln\sqrt[3]{v_6}+lnv_2=0$.

–عين أساس المتتالية $v_n$ وحدها الأول $v_0$ ، ثم أكتب $v_n$ بدلالة $n$ وادرس تقاربها.




2) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\sqrt{6u_n+16}$.

لتكن $h$ الدالة المعرفة على المجال $]-\dfrac{8}{3};+\infty[$ كمايلي: $h(x)=\sqrt{6x+16}$ ، $(C)$ تمثيلها البياني و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.(أنظر الشكل المقابل).

–أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الجدود $u_0$، $u_1$، $u_2$ و $u_3$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير $(u_n)$ وتقاربها.

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 \le u_n < 8$ ثم استنتج اتجاه تغير $(u_n)$ وتقاربها.

4) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 < 8 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(8 - u_n)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $0 < 8 - u_n \le v_n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحوي صندوق $U_1$ على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها كريتين بيضاوين مرقمة بـ: 2،3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 3، 3 وأربع كريات سوداء مرقمة بـ: 2، 2، 3، 3.

نسحب عشوائيا وفي أن واحد كريتين من الصندوق $U_1$.

نعتبر الحادثتين:

$A$: " الكرتين المسحوبة تحمل نفس الرقم " .

$B$: "" الكرتين المسحوبة تحمل نفس اللون ".

1) ا) أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين $A$ و $B$ على الترتيب.

ب) بين أن $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

2) ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة جداء رقمي الكرتين المسحوبتين .

ا) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

ب) أحسب: $P(e^{2X} - 5e^X \le -4)$.

3) نعتبر الصندوق الأول $U_1$ وصندوق أخر $U_2$ يحوي على 6 كريات متماثلة لا نفرق بينهما باللمس منها كرتين بيضاوين مرقمة بـ: 1، 1 وكرتين حمراوين مرقمة بـ: 1، 3 وكرتين سوداوين مرقمة بـ: 2،2.
نرمي حجر نرد متوازنة مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة فعند ظهور رقم فردي نسحب كرة من الصندوق الأول $U_1$ وعند ظهور رقم زوجي نسحب كرة من الصندوق الثاني $U_2$.

ا) بين أن احتمال ظهور كرة بيضاء هو $\frac{5}{18}$.

ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، ماحتمال أن تكون من الصندوق الثاني $U_2$.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$.

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. ( الوحدة $4cm$ )

1) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$.

ا) ادرس تغيرات الدالة $g$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;+\infty[$. ثم تحقق أن $1.14 < \alpha < 1.15$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

2) ا) بين من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$: $f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$.

ب) احسب نهاية الدالة $f$ بجوار $+\infty$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$.

–استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) اكتب معادلة للمستقيم المماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة $0$.

5) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$: $f(x) - x = \dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$.

حيث $u$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x) = e^x - xe^x - 1$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $u$ ثم استنتج إشارة $u(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

ج) استنتج وضعية المستقيم $(T)$ مع المنحنى $(C)$.

6) ارسم $(T)$ و $(C)$.

7) ا) عين دالة أصلية $F$ للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$. ( استعمل عبارة $f$ في السؤال 2 )

ب) احسب بالسنتمتر المربع $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ ، والمستقيم $(T)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=2$ ( تعطى النتيجة بالتقريب إلى $10^{-2}$).